Extrait de **POPULATION** (28e année) 1973, n° 3 (mai-juin)
Revue bimestrielle de l'**Institut national d'études démographiques**
27, rue du Commandeur, 75675 Paris, Cedex 14

MIGRATIONS ET DÉCOUPAGES DU TERRITOIRE

Les migrations internes dans un pays ont fait l'objet de nombreuses recherches, les unes théoriques, pour voir si elles obéissent à des lois déterminées, tenant compte en particulier des distances parcourues ou à parcourir, les autres pratiques, pour les mesurer; mais, lorsque ces mesures sont observées par divisions administratives, les migrations ne sont comptées que partiellement. Les recherches théoriques peuvent alors permettre de compléter l'observation.

M. Daniel COURGEAU, *chargé de recherches à l'Institut national d'études démographiques, présente ici un modèle selon certaines hypothèses, détermine un indice de mobilité et applique la méthode à divers pays.*

Contrairement aux autres phénomènes démographiques, les migrations ne sont presque jamais comptées intégralement, soit qu'on perde des migrations multiples, ou les deux migrations de sens inverse, qui ont pu avoir lieu au cours d'une période [2], soit qu'on omette les changements de résidence à l'intérieur des unités territoriales, dont on étudie les échanges par migration.

Nous examinons ici l'effet de ces omissions. Elles ont pour conséquence une distinction artificielle entre les migrants à l'intérieur de chaque zone, qui ne sont pas comptés et les migrants à l'extérieur qui le sont. Ainsi, pour les échanges entre départements, un déplacement de faible amplitude qui traverse la frontière d'un département est compté, alors qu'un déplacement de forte amplitude, qui reste intérieur au département, n'est pas compté.

On peut certes suppléer à cet inconvénient, en mesurant tous les changements de logement. Outre la lourdeur d'une telle mesure, qui n'est faite que dans peu de pays, on ne voit toujours pas comment la rattacher aux migrants dénombrés à partir d'un découpage du territoire. Il faut donc chercher autre chose, pour comparer les diverses mesures.

Principe de la méthode. L'idée est la suivante : s'il existe une relation invariable entre l'intensité des déplacements et la distance parcourue, il doit y avoir une relation entre les migrations qui franchissent les frontières d'un découpage déterminé et le nombre de mailles constituées par ce découpage. A priori, cette relation peut dépendre de la forme du territoire; mais si elle n'en dépendait pas, ou en dépendait peu, le problème posé pourrait être résolu.

De nombreuses études ont recherché si cet effet de la distance pouvait être approché par une formule mathématique [1]. Les résultats obtenus dans les pays très divers [2], indiquent, en première approximation, que *le nombre de migrants échangés entre deux zones, est proportionnel au produit des populations des deux zones et inversement proportionnel au carré de la distance entre celles-ci.* Nous donnons au produit des populations des deux zones la signification suivante : il est proportionnel à la probabilité qu'un individu, tiré à une date t_1, soit dans la première zone et qu'un individu, tiré à la date t_2, soit dans l'autre zone [3]. Cette formulation permet de supprimer toute référence au découpage du territoire : on mesure alors la probabilité pour qu'un individu tiré à la date t_1, et un individu tiré à la date t_2, soient situés à une certaine distance et dans une direction donnée. Connaissant cette probabilité, il suffit de la multiplier par celle que ces deux individus soient identiques, pour avoir la probabilité de tirer un migrant ayant les caractéristiques de distance et de direction précédentes.

A partir de cette loi, nous allons prévoir, sous certaines hypothèses, le nombre de migrants enregistrés selon la taille du découpage et comparer les résultats théoriques aux résultats enregistrés dans divers pays.

I. — ÉTUDE THÉORIQUE [4]

Pour cette étude, certaines hypothèses simplificatrices sont nécessaires. Le traiterent de cas plus complexes n'est réalisable que de façon empirique, à l'aide d'un ordinateur.

---

[1] On trouvera dans [1] pages 3 à 13 une présentation des divers types de modèles.

[2] Il s'agit, dans la pluspart des cas, de pays industrialisés. L'extension d'une population sur un territoire non peuplé, en particulier n'entre pas dans ce cas.

[3] Pour que cela soit vérifié on doit faire l'hypothèse que la répartition de la population sur le territoire reste la même entre t_1 et t_2, donc que t_1 et t_2 sont assez proches.

[4] Le lecteur intéressé par les résultats pratiques peut lire directement « Conséquences et discussion de la formulation proposée ».

En premier lieu, nous considérons le cas d'un territoire de forme simple, découpé en zones de formes identiques, de façon à le recouvrir entièrement.

La densité de population est d'abord supposée constante, sur tout le territoire; on envisage ensuite le cas de deux zones de densité différente.

Comme la loi de migration, inversement proportionnelle au carré de la distance n'est qu'une approximation, il faut aussi examiner ce qui se passe, quand on s'en écarte.

Territoire de forme carrée. Nous traiterons ce cas particulier en détail, car la méthode peut être étendue sans peine à de nombreux autres cas.

Soit un territoire national, supposé carré, de surface $S = a^2$, divisé en un maillage de n^2 carrés de surface élémentaire a^2/n^2 individualisés par l'indice i. La densité de population y est constante et égale à δ. Nous cherchons la loi de distribution des migrations enregistrées, qui se traduisent par le franchissement d'une maille au moins, en fonction de la taille des circonscriptions ou, en d'autres termes, de n.

D'un point donné, P_1, il n'est pas nécessairement possible d'effectuer, dans toutes les directions, une migration enregistrée à une distance r :

— *certaines migrations ne sont pas enregistrées* : celles qui ont lieu à l'intérieur d'une maille.

— *les frontières du territoire national imposent certaines limites,* qui dépendent de la position du point P_1 de départ (contrainte de non-franchissement du territoire national).

La valeur des migrations à une distance r dépend :

— de l'étendue des zones où des migrations sont possibles à cette distance, compte tenu des deux contraintes mentionnées plus haut.

— de la loi de migration en $1/r^2$.

Nous cherchons d'abord la probabilité p pour que :

1) deux points P_1, P_2, tirés au hasard dans S, soient situés dans des zones i et j différentes;

2) la distance entre eux soit comprise entre r et $r + dr$;

3) l'angle entre un vecteur fixe donné, Ox, et P_1P_2 soit compris entre α et $\alpha + d\alpha$.

Considérons une zone s_i : si la probabilité que P_1 soit dans s_i est s_i/S, la probabilité pour que P_2 soit hors de s_i est $(S - s_i)/S$. Ces 2 points étant maintenant tirés dans les deux zones, la probabilité pour que leur distance soit comprise entre r et $r + dr$ et que l'angle $\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{P_1P_2}$ soit compris entre α et $\alpha + d\alpha$ est :

$$\frac{s_i\,(r,\,\alpha)}{s_i} \times \frac{r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{S} - s_i}$$

$s_i\,(r,\,\alpha)$ est la partie de s_i où les migrations à une distance r et dans la direction α sont enregistrées (1[re] contrainte) et possibles (2[e] contrainte).

On la déduit de s_i en faisant subir à l'ensemble du maillage initial une translation $\overrightarrow{\mathrm{P}_1\,\mathrm{P}_2} = (r, -\alpha)$ qui fait correspondre à chaque s_i une surface translatée $s_{i,t}$ et à l'ensemble du périmètre de S le périmètre S_t.

Chaque aire $s_i\,(r,\,\alpha)$ est la partie de s_i

— non comprise dans $s_{i,t}$ (contrainte d'enregistrement),

— comprise à l'intérieur du périmètre de S_t (contrainte imposée par les frontières du territoire national).

Nous avons représenté, sur la figure 1, les surfaces $s_i\,(r,\,\alpha)$, lorsque le territoire est divisé en 4 circonscriptions, dans deux cas particuliers.

1[er] cas : $r \cos\alpha < a/n$, $r \sin\alpha < a/n$

2[e] cas : $r \cos\alpha > a/n$, $r \sin\alpha > a/n$

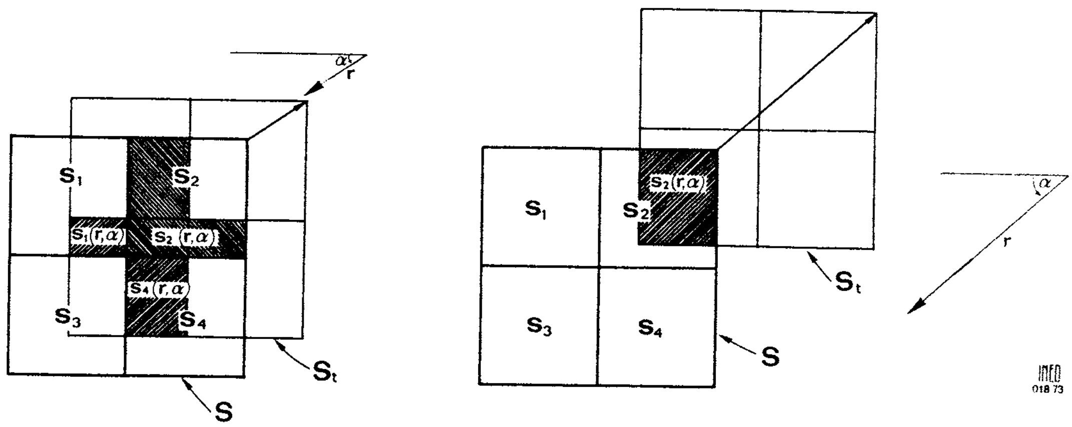


Figure 1

Revenons au calcul de la probabilité p. Les événements pour chaque zone s_i étant disjoints, la probabilité cherchée est :

$$p = \sum_i \frac{s_i}{\mathrm{S}} \cdot \frac{\mathrm{S} - s_i}{\mathrm{S}} \cdot \frac{s_i\,(r,\,\alpha)}{s_i} \cdot \frac{r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{S} - s_i}$$

soit

$$\left\| p = \frac{r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{S}^2} \cdot \sum_i s_i\,(r,\,\alpha) \right. \qquad (1)$$

On trouvera, en annexe I, le calcul de la surface $\sum_i s_i\,(r,\,\alpha)$

La loi de migration étant indépendante de la direction du mouvement, on peut, en intégrant l'expression (1) par rapport à α, obtenir la probabilité pour que :

— 2 points P_1, P_2, tirés au hasard dans S, soient situés dans des zones i et j différentes;

— la distance entre eux soit comprise entre r et $r + dr$.

Le détail du calcul de cette fonction $f(r)$ est donné en annexe II.

Si les migrations se faisaient indépendamment de la distance, cette distribution serait celle des migrations observées : il faut donc maintenant introduire la loi de migration, en fonction de la distance.

L'ensemble des migrations dénombrées est donné par le calcul de :

$$M(n) = P^2 \int_{r=0}^{r=a\sqrt{2}} \frac{k}{r^2} f(r)\, dr$$

On obtient alors (voir annexe III) une expression simple du nombre de migrations comptées, fonction linéaire du logarithme du nombre de mailles [1] :

$$\| M(n) = k \pi P \delta \log n^2 \qquad (2)$$

Tout ceci suppose un territoire de forme carrée, une densité constante et une migration inversement proportionnelle au carré de la distance. Faisons maintenant intervenir ces divers éléments dans notre modèle.

La forme du territoire. Voyons si la forme du territoire et la variation du type de découpage influent sur la formule (2).

On trouvera, en annexe IV, les calculs correspondants à un territoire triangulaire, décomposé en un maillage de triangles plus petits et en annexe V ceux qui correspondent à un territoire de forme rectangulaire, décomposé en un maillage de carrés : dans les deux cas on retrouve la formule (2) : elle est donc assez générale et nous faisons l'hypothèse qu'elle reste valable tant que la forme du découpage n'est pas trop complexe.

---

(1) Lorsque le nombre de mailles tend vers l'infini, le nombre de migrants décelés tend vers le nombre de changements de logement dans le pays étudié et non vers l'infini, comme le laisserait supposer la formule. Cela est dû au fait que la loi en $1/r^2$ est non bornée, lorsque r tend vers 0 : bien entendu, il n'en est rien dans la réalité, car la loi ne convient plus lorsque la distance est trop faible. Cependant des études suédoises, sur des distances très courtes, ont montré que la loi restait valable pour des distances allant jusqu'à 100 m [5].

Variation de la densité de population. Un cas simple est traité en annexe VI : le territoire de forme carrée est décomposé en deux zones de densité différente (δ_1, δ_2). La formule trouvée est encore du même type que la formule (2) :

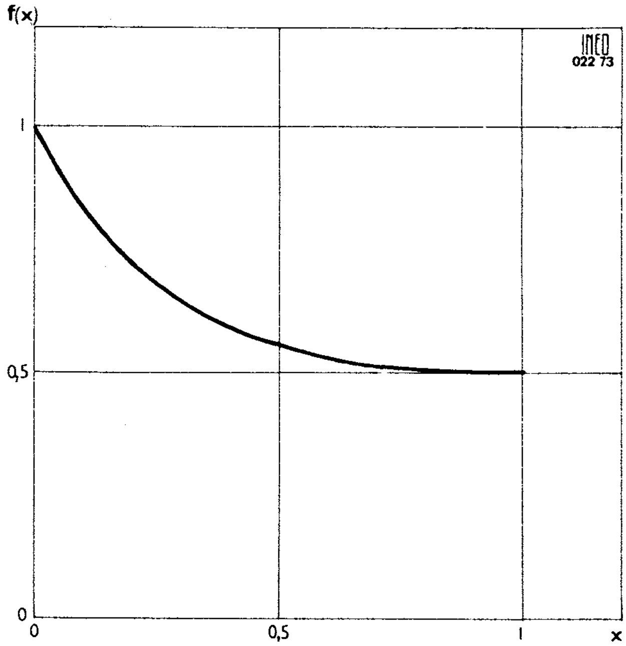
$$M(n) = 2\,k\,\pi\,P\,\delta\left[\frac{\delta_1^2+\delta_2^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\log n^2 + \frac{K(\delta_1-\delta_2)^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\right] \quad (3)$$

On vérifie aisément que lorsque $\delta_1 = \delta_2$, on retombe dans le cas envisagé des migrations à l'intérieur d'un carré de densité constante. De même, lorsque $\delta_2 = 0$, on est dans le cas d'un rectangle découpé en carrés.

Posant $\delta_1/\delta_2 = x$, on peut étudier la variation du coefficient de $\log n^2$, en fonction de cette nouvelle variable :

$$f(x) = \frac{x^2+1}{(x+1)^2}$$

Cette fonction est portée sur le graphique 1 : elle permet d'expliquer les variations éventuelles de l'effectif de migrants entre pays de même population, mais répartie différemment sur le territoire.



Graphique 1

Modification de la loi de migration. La loi en $1/r^2$ est loin d'être la seule utilisée dans les modèles. Nous retiendrons, parmi la grande variété de fonctions proposées, des lois de même type, dont l'exposant (α) serait différent de 2. De nombreuses études [4] ont montré que cet exposant pouvait varier de 1 à 3 environ.

Un calcul voisin des précédents, pour un territoire de forme carrée de côté a, conduit à une fonction du type :

$$M(n) = \frac{k\,P^2}{a^\alpha}\left(1 - \frac{1}{n^{2-\alpha}}\right) f(\alpha) \tag{4}$$

où $f(\alpha)$ est une fonction de α, indépendante de k, a et n.

Le nombre de migrants dénombrés n'est plus alors une fonction linéaire du logarithme du nombre de mailles, mais d'une certaine puissance de ce nombre. Tant que α sera voisin de 2, ces deux fonctions seront très proches : on peut en effet mettre le facteur $(1 - 1/n^{2-\alpha})$ sous la forme $[\log n^2 + g(n, \alpha)]$, $g(n, \alpha)$ étant infiniment petite en même temps que α-2.

Conséquences et discussion de la formulation proposée.

Si la loi de migration est en $1/r^2$, le nombre de migrations enregistrées au travers d'un maillage est une fonction linéaire du logarithme du nombre de mailles. Dans les cas simples étudiés, la forme du territoire et du maillage n'intervient pas dans cette formulation.

S'il était empiriquement vérifié, ce résultat théorique permettrait de construire un indice, indépendant du découpage géographique du territoire, à partir d'une mesure des migrations au travers d'un maillage donné. On pourrait alors comparer la mobilité des populations avec moins d'arbitraire que jusqu'ici.

Détermination de l'indice.

Le premier point est de déterminer quel indice permettrait la comparaison des migrations de divers pays. Sa construction est basée sur les considérations qui suivent :

Un premier problème peut être résolu : selon la période sur laquelle les migrants sont comptés, les effectifs dénombrés sont forcément variables. Ainsi, aux Etats-Unis, on dénombre 20 % de changements de logements sur un an, contre 50 % sur 5 ans, ce qui montre l'importance des migrations multiples. Nous avons montré [2] qu'il est possible de relier les migrants décelés, aux migrations qu'ils effectuent pendant la même période. Le même modèle, utilisé aux Etats-Unis et en France, avec des coefficients différents, montre que le problème est soluble.

Un autre problème est le suivant : si, dans le cas théorique de deux pays de même densité de population et de même surface, la comparaison des indices, indépendants du découpage géographique du territoire est possible, celle-ci est moins évidente, lorsqu'on travaille sur des pays où ces caractéristiques sont différentes. Deux pays de même surface, mais dont la densité de population est différente, auront-ils, à caractéristiques de migrations identiques, les mêmes effectifs de migrants ? De même, deux pays de même densité, mais de surface différente, auront-ils, toujours à caractéristiques de migrations identiques, les mêmes effectifs de migrants ?

La mise en évidence de ces deux effets paraît, pour le moment difficile, et nous devons faire des hypothèses sur le phénomène. Elles sont distinguées en deux types :

— *dans un pays donné, lorsque la densité de population* (δ) *croît, les autres caractéristiques de la migration restant identiques, les migrants au travers d'un découpage donné sont proportionnels à cette densité.*

— *dans deux pays où la densité de population est la même, mais dont la surface est différente, les migrants au travers d'un découpage du territoire, de même nombre de mailles, sont proportionnels à la surface du territoire.*

Ces deux conditions permettent bien de retrouver l'identité, lorsque les deux pays ont même densité et même surface.

Première hypothèse.

Voyons en quoi la première hypothèse est cohérente avec la possibilité de comparaison, à l'intérieur d'un même pays, de migrants de groupes d'âges différents [1].

Considérons le tableau théorique suivant :

Groupe d'âges	Population	migrants (découpage du territoire n° 1)	migrants (découpage du territoire n° 2)
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
i	P_i	m_i^1	m_i^2
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
j	P_j	m_j^1	m_j^2
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
Tous âges réunis	P	m^1	m^2

[1] Cette possibilité a été mise en évidence depuis longtemps [8].

Des vérifications faites dans de nombreux pays montrent, en premier lieu, que les rapports : m_i^1 / m^1 et m_i^2 / m^2 sont toujours à peu près égaux quel que soit le découpage du territoire utilisé. Mais ces rapports dépendent également de la population soumise au risque de migrer : on suppose alors l'effectif de ces migrants proportionnel au rapport P_i/P. On voit donc que l'indice $m_i^1 / m^1 \times P / P_i$ est indépendant du découpage géographique et de l'effectif de la population soumise au risque [1] : il permet de comparer la propension à migrer des divers groupes d'âges.

Reprenant les résultats obtenus plus haut, on peut écrire :

$$\frac{m_i^1}{P_i} = \pi\, k_i\, \delta_i \log n_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{m^1}{P} = \pi\, k\, \delta \log n_1$$

soit encore :

$$\frac{m_i^1}{P_i} \times \frac{P}{m^1} = \frac{k_i\, \delta_i}{k\, \delta}$$

Cela revient à dire que pour comparer deux groupes d'âges i et j, on peut comparer les deux indices $k_i\delta_i/k\delta$ et $k_j\delta_j/k\delta$. On dira donc que les deux groupes d'âges ont les mêmes caractéristiques de migration lorsque ces deux indices sont égaux. Si la population de l'un des groupes d'âges croît, la population totale restant identique, le produit $k_i\delta_i$ doit donc rester le même si la propension à migrer ne change pas. Par contre, le nombre de migrants va croître proportionnellement à la population.

Seconde hypothèse.

Elle est bâtie sur les considérations suivantes :

Soit deux pays que nous supposons de forme carrée, où la densité de population est la même δ, mais dont la surface est différente. Si s est la surface du premier, celle du second est p^2s (pour simplifier nous prendrons p entier supérieur à 1). Si l'on découpe les deux pays en mailles de même taille, le premier en contiendra n^2, le second p^2n^2. Or le second pays peut être considéré comme constitué de p^2 pays identiques au premier : si les migrations ont la même ampleur dans les deux pays, les migrations internes des p^2 carrés du second devraient être identiques à celles du premier.

Les migrations de ce pays vont donc être décomposées en deux types :

— migrations internes à chacun des p^2 carrés;
— migrations externes à chacun de ces carrés.

(1) On vérifie que cet indice est celui qui intervient dans la construction de l'indice de migration différentielle, de type 3 ([7] p. 51).

On peut dès lors calculer sans peine le nombre total de migrations internes à chacun des p^2 carrés (M_{i2}) :

$$M_{i2}\ (p^2\ n^2) = k_1\ p^2\ \pi\ s\ \delta^2 \log n^2 = p^2\ M_1\ (n^2)$$

où k_1 est le coefficient intervenant dans le premier pays.

Les migrations externes à chacun des p^2 carrés seront celles que l'on mesure en découpant le second pays en mailles moins fines au nombre de p^2 (M_{e2})

$$M_{e2}\ (p^2\ n^2) = k_2\ p^2\ \pi\ s\ \delta^2 \log p^2$$

On peut alors écrire l'égalité :

$$M_2\ (p^2\ n^2) = k_2\ \pi\ p^2\ s\ \delta^2 \log p^2\ n^2 = k_1\ \pi\ p^2\ s\ \delta^2 \log n^2 + k_2\ \pi\ p^2\ s\ \delta^2 \log p^2$$

Cette égalité entraîne :

$$k_1 = k_2 = k$$

On a dès lors pour les deux pays, décomposés cette fois en un même nombre de mailles :

$$M_1\ (n^2) = k\ \pi\ s\ \delta^2 \log n^2$$

$$M_2\ (n^2) = k\ \pi\ p^2\ s\ \delta^2 \log n^2$$

La comparaison des deux formules montre que les migrations au travers de ce découpage sont proportionnelles à la surface du territoire.

Sous ces conditions, la formule donnant les migrants en fonction du découpage du territoire peut s'écrire plus simplement si l'on suppose que les deux effets (densité et surface) agissent de façon indépendante :

$$\frac{M\ (n)}{P} = K \log n^2$$

où $K = k\pi\delta$ est un coefficient supposé indépendant de la forme, de la surface, du découpage et de la population du territoire considéré.

Il importe maintenant de se demander si cette formulation, qui a été établie sous des hypothèses très restrictives, peut s'appliquer en pratique. En fait :

a. les territoires n'ont pas de forme simple,
b. leurs subdivisions ne sont pas égales,
c. leurs subdivisions n'ont pas la même forme,
d. la densité n'est pas uniforme,
e. la loi de migration, en fonction de la distance, peut être d'un autre type,
f. la mobilité n'est pas la même partout.

L'étude de ces variations liées à la forme du territoire, à la répartition de sa population, et à celle des migrations doit être poursuivie pour confirmer ou infirmer les résultats obtenus ici, dans des cas très simples, mais cependant variés.

Il convient enfin de citer l'hypothèse que nous avons dû faire pour comparer deux pays de surface différente, mais de même densité : lorsqu'on découpe, dans le pays le plus grand, une zone de même surface que le plus petit, on devrait dénombrer le même nombre de migrants internes dans cette zone que dans le petit territoire. On peut se demander si les postes offerts dans la zone isolée du grand territoire, qui étaient pris par des migrants originaires de l'extérieur, ne seraient pas alors pris par les précédents émigrants de cette zone, contraints d'y demeurer. On suppose alors que ces mouvements de remplacements ne pouvant plus se produire, ces émigrants restent sédentaires. Une telle hypothèse est difficile à vérifier : il serait nécessaire d'étudier les raisons des diverses sorties de la zone, pour voir comment, lors d'un isolement fictif de cette zone, sa population pourrait réagir.

Pour le moment la seule possibilité de vérifier la validité de cette formulation est de voir si la loi s'applique à des données pratiques.

II. — OBSERVATIONS SUR DIVERS PAYS

Certains recensements posent une question sur le lieu de résidence, à une date antérieure. Si on utilise divers découpages géographiques du territoire, on a une possibilité de vérifier si les migrants dénombrés sont en nombre proportionnel au logarithme du nombre des mailles [1]. On peut également utiliser des données sur le dernier changement de résidence, ou sur le lieu de naissance.

Vérifications sur des données récentes.

Le tableau I et les graphiques 2 et 3 portent les résultats obtenus dans divers pays. Nous avons retenu les découpages géographiques existant dans ces pays [2].

Ces données sont d'une précision très variable. Les résultats obtenus pour le Japon [6], soit par les registres de population, soit par le

(1) Y. Tugault a, le premier, constaté empiriquement ce phénomène, en travaillant sur des données françaises et américaines [9]. Nous travaillons désormais, en logarithmes décimaux, lesquels sont proportionnels aux logarithmes népériens utilisés dans la partie théorique.

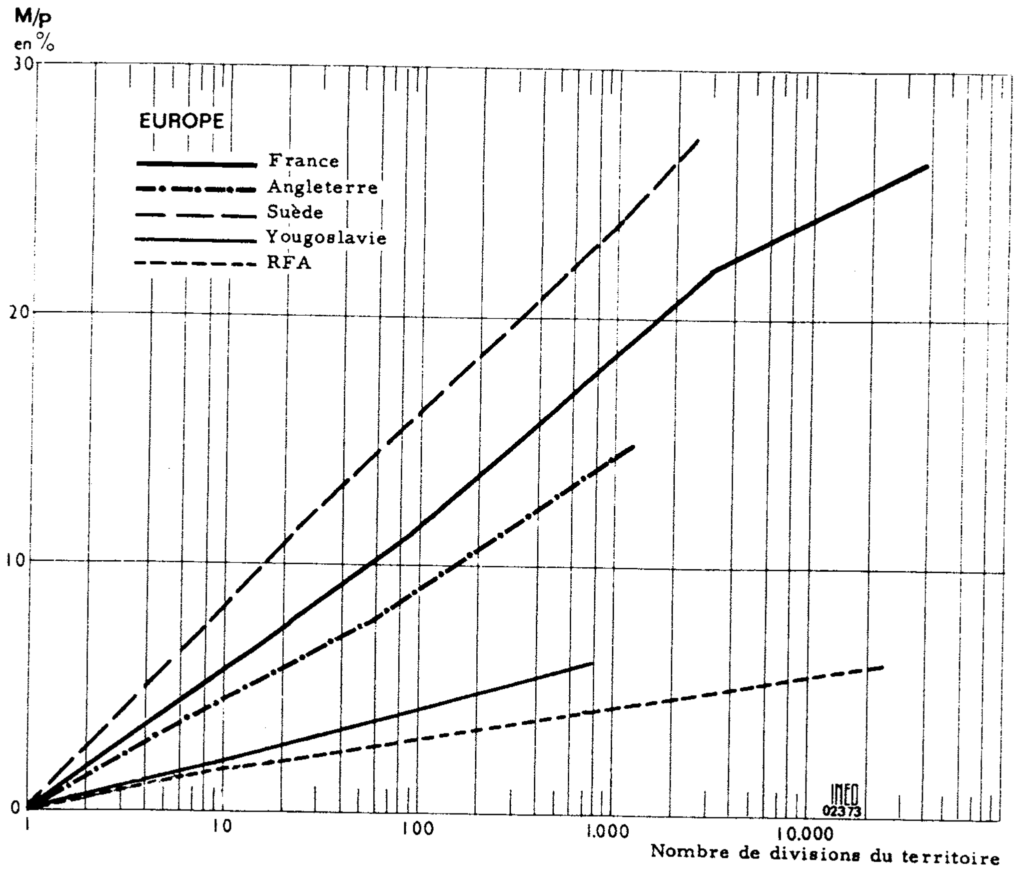
(2) Il est possible de créer de nouveaux types de découpage si l'on regroupe un certain nombre de mailles.

TABLEAU I

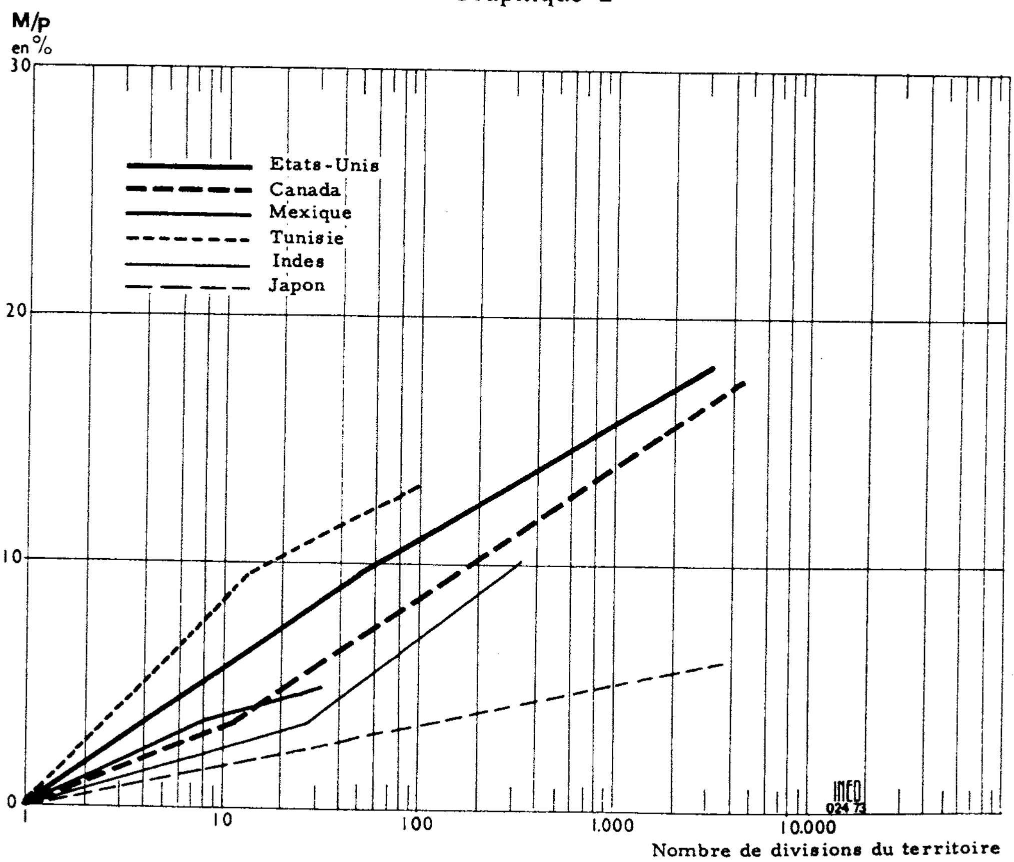
Pays	Période d'observation	Population P (1)	Découpage	Nombre de mailles n	Nombre de migrants M	M/P en %	M/P log n
France	1954-1962 (recensement)	43 406 200	communes	37 962	11 418 135	26,30	5,74
			cantons	3 052	9 523 515	21,94	6,30
			départements	90	4 939 140	11,37	5,82
			régions	22	3 285 600	7,56	5,63
Angleterre	1961-1966 (sondage 1/10)	46 084 900	"local area"	1 230	6 847 700	14,85	4,80
			comtés	59	3 544 740	7,69	4,34
			régions	9	2 000 590	4,34	4,55
Suède	1950-1960 (recensement)	6 285 000	paroisses (2)	2 483	1 710 000	27,2	8,01
			communes	1 000	1 486 000	23,6	7,87
			comtés	24	718 000	11,4	8,26
République Fédérale d'Allemagne	1968 (registres)	60 184 000	communes	24 182	3 617 598	6,01	1,37
			états	11	1 049 828	1,74	1,67
Yougoslavie	1958-1961 (recensement)	18 549 000	communes	774	1 123 000	6,06	2,10
			états	9	342 000	1,85	1,94
Etats-Unis	1955-1960 (recensement)	154 527 460	comtés	3 100	27 809 297	18,00	5,15
			états	49	14 141 487	9,51	5,63
Canada	1956-1961 (sondage 1/5)	37 209 105	municipalités	4 451	6 514 515	17,50	4,80
			provinces	12	1 330 860	3,57	3,31
Mexique	1955-1959 (sondage 1,4 %)	36 003 000	états	32	1 783 900	4,95	3,29
			régions	8	1 270 000	3,52	3,90
Tunisie	naissance – 1966	4 533 351	communes	98	592 947	13,07	6,56
			governorats	13	424 401	9,36	8,40
Japon	1959-1960 (registres)	91 813 683	shi, ku, machi, mura.	3 511	5 591 756	6,09	1,72
			ken (préfecture)	46	2 625 135	2,85	1,72
	1959-1960 (recensement)	91 813 683	shi, ku, machi, mura.	3 511	4 588 922	5,00	1,41
			ken (préfecture)	46	2 590 751	2,82	1.69
Inde	Naissance – 1961	429 471 131	district	334	43 457 943	10,11	4,00
			état	27	14 640 936	3,40	2,38

(1) Cette population est la population présente dans le pays à la date du recensement et à la date antérieure. Cependant dans certains pays (la France en particulier) les enfants nés entre ces deux dates ont été rapportés au lieu de résidence de la mère à la date antérieure. Dans d'autres pays cette population a été observée lors d'un sondage.

(2) Ces migrants ont été déterminés à partir d'un échantillon de 242 paroisses.



Graphique 2



Graphique 3

recensement, montrent la difficulté d'une telle estimation : si pour les migrations entre préfectures les deux estimations sont très proches, pour les migrations entre divisions plus fines du territoire, on a une variation de près de 22 % en faveur des registres. Comme il n'y a d'autre part que peu de pays d'Asie ou d'Afrique où l'on pose aux recensements une question sur le lieu de résidence à une date antérieure, nous avons introduit pour certains de ces pays des données sur le lieu de naissance : on conçoit sans peine que les résultats seront moins satisfaisants. Enfin, dans certains pays, c'est le dernier changement de résidence qu'on demande dans les recensements : il est alors préférable de ne retenir que les changements pendant une courte période, afin d'avoir des données comparables à celles d'une question sur le lieu de résidence à une date antérieure. Il en est de même pour les données des registres de population.

Ces précisions données, les graphiques 2 et 3 montrent que, dans de nombreux pays, le pourcentage des migrants varie proportionnellement au logarithme du nombre de mailles. Parmi les pays vérifiant le moins bien cette loi, citons en premier lieu l'Inde et la Tunisie, pays pour lesquels on travaille sur le lieu de naissance. Citons également le Canada, dont le découpage est très irrégulier : très fin dans les zones peuplées, il est au contraire très lâche dans les autres zones. Or un découpage régulier du territoire est nécessaire même dans les zones désertes (1), pour qu'il y ait proportionalité.

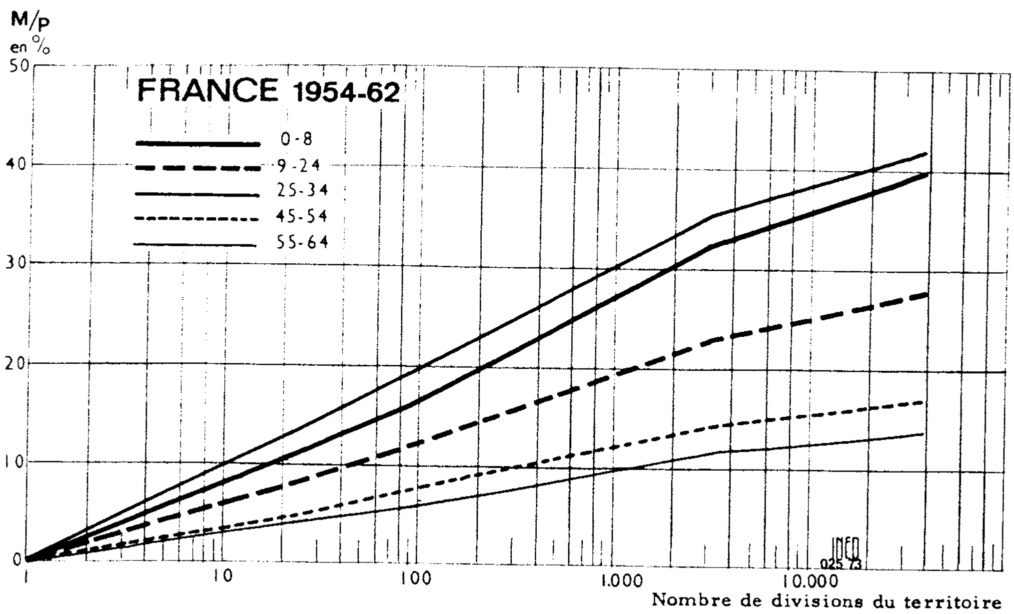
Vérification sur des sous-populations particulières. De nombreuses études ont montré que la répartition de la population migrante par groupes d'âges, dépend peu du découpage géographique sur lequel les migrations sont mesurées [3]. Cela entraîne que pour chaque groupe d'âges, le nombre de migrants observés, selon les divers découpages géographiques, doit suivre une loi semblable à celle de l'ensemble des migrants. En France, les résultats du recensement de 1962, permettent de vérifier cette hypothèse (graphique 4).

III. — ESSAI DE COMPARAISON INTERNATIONALE

Nous avons indiqué précédemment (2) que, sous certaines hypothèses, le coefficient $K = k\pi\delta$ est indépendant de la forme, du découpage, de la surface et de la population du territoire considéré. Il permet donc de comparer les migrations internes de divers pays, indépendamment de ces quatre facteurs.

---

(1) Voir p. 516.
(2) Voir p. 520.



Graphique 4

Voyons ce qu'il en est pour les migrations internes en France, en Angleterre, et aux Etats-Unis, où la comparaison est possible.

Nous ramenons, en premier lieu, les mesures françaises sur 5 ans, à l'aide de la formule [2] :

$$\frac{m\ (5)}{m\ (t)} = \frac{5\ [1 + K'\ (1 + l)] + \dfrac{K'\ (1 + l)}{k'}\ (1 - e^{-5k'})}{t\ [1 + K'\ (1 + l)] + \dfrac{K'\ (1 + l)}{k'}\ (1 - e^{-k't})}$$

où t est le temps, $K'\ (1 + l)$ et k' des coefficients égaux en France à 0,78 et 0,18 respectivement.

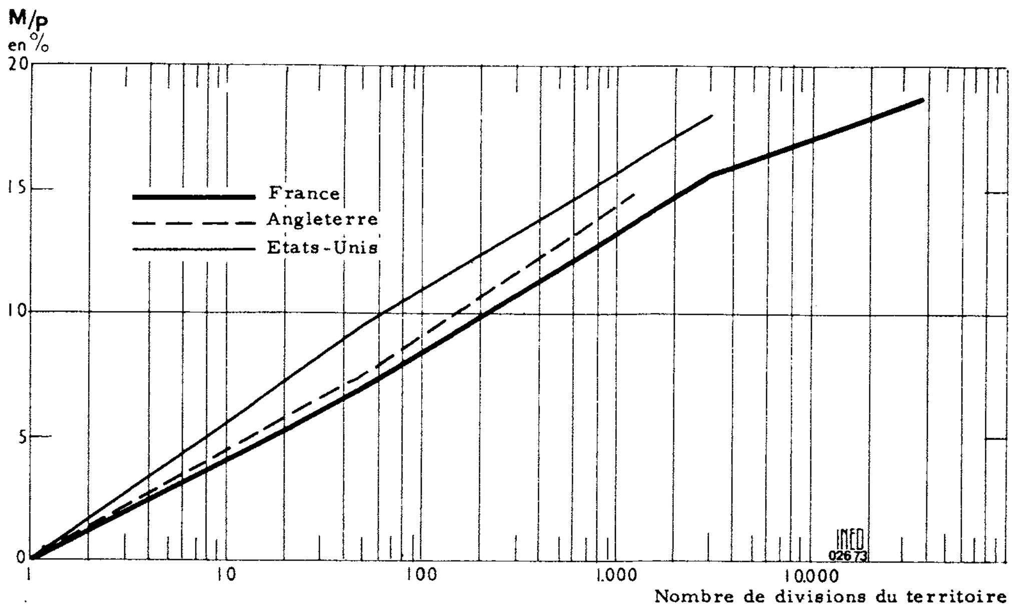
Sous ces conditions, les valeurs estimées des migrants sous 5 ans sont, pour la France, comparables à celles de l'Angleterre et des Etats Unis :

Date d'observation	Population P	Découpage	Nombre de mailles n	Nombre de migrants M	M/P en %
1962	43 406 200	communes	37 962	8 136 807	18,75
		cantons	3 052	6 786 660	15,64
		départements	90	3 519 537	8,11
		régions	22	2 341 389	5,39

Le graphique 5 porte les courbes obtenues pour les trois pays, que l'on peut approcher par une droite : la pente de cette droite constitue sous les hypothèses précédentes, une mesure de la mobilité des divers pays indépendante de la forme, de la surface et de la population des territoires. On peut, en première approximation approcher la mobilité de ces pays, par les valeurs de K suivantes :

Pays	*Indice de mobilité* K (en %)
France (1962)	4
Angleterre (1966)	4,5
Etats Unis (1960)	5,6

Ainsi, pour arriver au niveau de l'Angleterre, un accroissement de la mobilité française de 12,5 % est nécessaire; pour arriver au niveau des Etats-Unis, cet accroissement devrait être de 37,9 %. Or, nous avons vu précédemment [2] que si la mobilité des Etats-Unis est stationnaire, depuis près de 20 ans, la mobilité française croît rapidement depuis 1962 (de l'ordre de 10 % en 8 ans). Si les conditions restaient les mêmes, la mobilité française serait au niveau de celle des Etats-Unis, dans une trentaine d'années.



Graphique 5

IV. — CONCLUSIONS

Cette étude conduit à un indice qui caractérise la migration interne d'un pays, indépendamment du découpage géographique, de la forme, de la surface et de la population du territoire considéré. Cet indice, construit sous certaines hypothèses, constitue, pour le moment, la seule possibilité de comparer les migrations internes de divers pays.

Cette comparaison est relativement aisée, dans la mesure où les migrations des pays considérés sont mesurées sur une période de même amplitude. Dans le cas contraire, une étude de la répartition au cours du temps des migrations multiples et des retours est nécessaire : le nombre de migrants décelés au cours d'une période n'est pas proportionnel à la durée de la période.

La validité de cet indice, construit d'une façon théorique, sur des cas particuliers relativement simples, peut être vérifiée, de façon pratique, par l'observation des migrations enregistrées au travers de divers découpages d'un territoire national. L'observation dans un certain nombre de pays, nous a montré que cet indice est, à peu près, indépendant du découpage utilisé.

Parmi les facteurs influant sur cet indice, nous avons dégagé le rôle de la structure par âge de la population. Pour éliminer cet effet, il faut travailler à composition par groupe d'âges constante. Cette difficulté ne pose pas de problème particulier, si les recensements donnent les migrants par groupe d'âges.

Enfin, de nombreux autres facteurs influent sur ces courants migratoires et leur effet est encore loin d'être clairement défini. Il importe maintenant de les mettre en évidence et d'éliminer leur effet sur l'indice qui caractérise les migrations.

Daniel COURGEAU

BIBLIOGRAPHIE

[1] COURGEAU D. — « Les champs migratoires en France ». Cahier « Travaux et Documents », n° 58, I.N.E.D., 1970.

[2] COURGEAU D. — « Migrants et migrations », *Population,* 1973, n° 1.

[3] COURGEAU D. — « Migrations et territoire », rapport pour le IVe Colloque National de Démographie, 1973.

[4] HÄGERSTRAND T. — « Migration and Area », *Lund Studies in Geography,* n° 13, 1957, pp. 27-158.

[5] JAKOBSSON A. — « Omflyttningen i Sverige, 1950-1960 », Monografiserie, Berlingska Boktryckeriet, Lund, 1969.

[6] KONO S. — « Evaluation of the Japanese population register data on internal migration ». Congrès international de la Population, Londres, 1969, vol. IV, pp. 2766-2775.

[7] « Méthodes de mesure de la migration interne ». Etudes démographiques, n° 47, Nations Unies, New York, 1971.

[8] THOMAS D.S. — « Research memorandum on migration differentials ». *Social Science Research Council,* Bulletin 43, New York, 1938.

[9] TUGAULT Y. — « La mesure de la mobilité. Cinq études sur les migrations internes ». Cahier « Travaux et Documents », n° 67, I.N.E.D., 1973.

ANNEXE I

Calcul de $\sum_i s_i\,(r,\,\alpha)$ dans le cas d'un carré

Plusieurs cas sont à considérer selon la position de $r \cos \alpha$ et de $r \sin \alpha$ par rapport à a/n (voir figure 1, p. 514).

1) $r \cos \alpha < \dfrac{a}{n}$ et $r \sin \alpha < \dfrac{a}{n}$

La partie commune à S et S_t (contrainte imposée par les frontières) a pour aire :

$$(a - r \cos \alpha)\,(a - r \sin \alpha)$$

Il faut la diminuer des parties communes aux diverses aires s_i et $s_{i,t}$ (contrainte d'enregistrement), soit de :

$$n^2 \left(\frac{a}{n} - r \cos \alpha\right)\left(\frac{a}{n} - r \sin \alpha\right)$$

Dans ce cas on a donc :

$$\sum_i s_i\,(r,\,\alpha) = (a - r \cos \alpha)\,(a - r \sin \alpha) - n^2 \left(\frac{a}{n} - r \cos \alpha\right)\left(\frac{a}{n} - r \sin \alpha\right)$$

$$= a\,(n - 1)\,r\,(\cos \alpha + \sin \alpha) - (n^2 - 1)\,r^2 \cos \alpha \sin \alpha = \mathrm{S}\,(r,\,\alpha)$$

2) $r \cos \alpha \geqslant \dfrac{a}{n}$ ou $r \sin \alpha \geqslant \dfrac{a}{n}$

On vérifie sans peine que dans tous ces cas, la deuxième contrainte ne joue plus : une migration d'une telle amplitude entraîne forcément la sortie de la zone s_i.

On a dans ce cas :

$$\sum_i s_i\ (r,\ \alpha) = (a - r\cos\alpha)\ (a - r\sin\alpha)$$

ANNEXE II

Calcul de la distribution des étendues où il est possible de migrer dans le cas d'un carré.

Il faut distinguer 4 cas selon la position de r par rapport à a/n (côté d'une maille) et $\frac{a\sqrt{2}}{n}$ (diagonale d'une maille). En raison des symétries du carré, on ne travaille que sur les valeurs de α comprises entre 0 et $\pi/4$, et on multiplie le résultat par 8.

1) $0 \leqslant r < \frac{a}{n}$

Dans ce cas les deux contraintes interviennent pour toutes les directions. On a donc la loi de distribution de r[1] :

$$f_1\ (r)\ \mathrm{d}r = \frac{8\ r\ \mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2} \int_0^{\pi/4} \mathrm{S}\ (r,\ \alpha)\ \mathrm{d}\alpha = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2}\ [8\ a\ (n-1)\ r^2 - 2\ (n^2-1)\ r^3]$$

2) $\frac{a}{n} \leqslant r < \frac{a\sqrt{2}}{n}$

L'angle $\varphi = \mathrm{Arc}\cos\frac{a}{nr}$ distinguera le cas où les deux contraintes interviennent $\left(\varphi \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{4}\right)$ et celui où seule la contrainte imposée par les frontières du territoire intervient ($0 \leqslant a < \varphi$). Il vient alors :

$$f_2\ (r)\ dr = \frac{8\ r\ dr}{\mathrm{S}^2} \left[\int_0^{\varphi} (a - r\cos\alpha)\ (a - r\sin\alpha)\ \mathrm{d}\alpha + \int_{\varphi}^{\pi/4} \mathrm{S}\ (r,\ \alpha)\ \mathrm{d}\alpha \right]$$

$$= \frac{8\ r\ \mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2} \left[a^2\varphi - ar\ (\sin\varphi - \cos\varphi) - \frac{r^2}{4}\cos 2\varphi - ar + \frac{r^2}{2} - a\ (n-1)\ r\ (\sin\varphi - \cos\varphi) - (n^2-1)\frac{r^2}{4}\cos 2\varphi \right]$$

[1] Voir en annexe I la définition de $\mathrm{S}(r,\ \alpha)$.

$$f_2\ (r)\ dr = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2}\left[8\ ra^2\ \mathrm{Arc}\cos\frac{a}{nr} - 8\ ar^2 + 2\ r^3\ (n^2+1) - \right.$$

$$\left. - 8\ a\ n\ r^2 \sqrt{1 - \frac{a^2}{n^2\ r^2}} + 4\ a^2\ r\right]$$

3) $\dfrac{a\sqrt{2}}{n} \leqslant r < a$

Désormais seule la contrainte imposée par les frontières du territoire intervient :

$$f_3\ (r)\ \mathrm{d}r = \frac{8\ r\ \mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2}\int_0^{\pi/4} (a - r\cos\alpha)\ (a - r\sin\alpha)\ \mathrm{d}\alpha =$$

$$= \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2}(2\ a^2\ \pi\ r - 8\ ar^2 + 2\ r^3)$$

4) $a \leqslant r \leqslant a\sqrt{2}$

Pour les valeurs de α inférieures à l'angle $\varphi = \mathrm{Arc}\cos a/r$, aucune migration interne ne pourra être enregistrée, le vecteur correspondant sortant forcément du territoire. Il vient alors :

$$f_4\ (r)\ \mathrm{d}r = \frac{8\ r\ \mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2}\int_\varphi^{\pi/4} (a - r\cos\alpha)\ (a - r\sin\alpha)\ \mathrm{d}\alpha =$$

$$= \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{S}^2}\left[2\ a^2\ r\left(\pi - 2 - 4\ \mathrm{Arc}\cos\frac{a}{r}\right) + 8\ ar\sqrt{r^2 - a^2} - 2\ r^3\right]$$

ANNEXE III

Intégration par rapport à la distance des migrations dénombrées dans le cas d'un carré.

Du fait que la fonction f (r) a une expression différente, selon la valeur de r (voir en annexe II), on doit calculer l'intégrale suivante :

$$\mathrm{M}\ (n) = \mathrm{P}^2 \left[\int_{r=0}^{a/n} \frac{k}{r^2}\ \mathrm{f}_1\ (r)\ \mathrm{d}r + \int_{r=\frac{a}{n}}^{\frac{a\sqrt{2}}{n}} \frac{k}{r^2}\ \mathrm{f}_2\ (r)\ \mathrm{d}r + \right.$$

$$\left. + \int_{r=\frac{a\sqrt{2}}{n}}^{a} \frac{k}{r^2}\ \mathrm{f}_3\ (r)\ \mathrm{d}r + \int_a^{a\sqrt{2}} \frac{k}{r^2}\ \mathrm{f}_4\ (r)\ \mathrm{d}r\right]$$

La dernière intégrale ne dépend pas de n, puisque ni f_4 (r) ni les bornes d'intégration n'en dépendent ; dans les trois autres les fonctions s'intègrent facilement à l'exception de la fonction :

$$\frac{1}{r} \text{ Arc cos } \frac{a}{nr}$$

qui figure dans f_2.

Mais les bornes d'intégration sont telles qu'en faisant le changement de variable $s = \frac{1}{nr}$ cette intégrale devient :

$$\int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{a\sqrt{2}}} -\frac{1}{s} \text{ Arc cos } as \, ds$$

qui est indépendante de n.

Le calcul conduit à la formule :

$$\text{M } (n) = \frac{k \text{ P}^2}{\text{S}^2} [\text{K} + 2 \pi a^2 \log n]$$

Pour $n = 1$ il y a une seule maille, égale au territoire national : l'effectif des migrations dénombrées est nul. On en déduit $\text{K} = 0$ et

$$\text{M } (n) = \frac{k \pi \text{ P}^2}{\text{S}} \log n^2$$

ou

$$\left\| \frac{\text{M } (n)}{\text{P}} = k \pi \delta \log n^2 \right.$$

ANNEXE IV

Territoire de forme triangulaire.

Soit un territoire national ayant la forme d'un triangle équilatéral de côté a et de surface $\text{S} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, divisé en maillage de n^2 triangles équilatéraux de côté $\frac{a}{n}$ (figure 2).

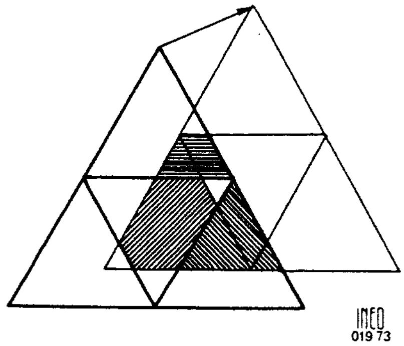


Figure 2

Nous ne reproduirons pas toutes les étapes d'un calcul voisin du précédent, mais nous n'en donnerons que les principaux résultats.

Lorsque les triangles du maillage n'ont aucune partie commune avec les triangles correspondants déduits par la translation $(r, -\alpha)$ alors :

$$\sum_i s_i\,(r, \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(a - \frac{2\,r}{\sqrt{3}} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)\right)^2$$

Par contre lorsqu'ils ont une partie commune :

$$\sum_i s_i\,(r, \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[\frac{4\,r^2}{3}\,(1 - n^2)\sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{4\,ar}{\sqrt{3}}\,(1 - n)\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)\right]$$

Le calcul des fonctions f (r) donne alors dans les divers cas :

– pour $0 \leqslant r < \dfrac{a\sqrt{3}}{n}$

$$\mathrm{f}_1\,(r)\,\mathrm{d}r = \frac{16\sqrt{3}}{a^4}\left[\frac{r^3}{3}\,(1 - r^2)\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{2\,ar^2}{\sqrt{3}}\,(1 - n)\right]\mathrm{d}r$$

– pour $\dfrac{a\sqrt{3}}{n} \leqslant r < \dfrac{a}{n}$ en posant

$$\alpha = -\frac{\pi}{3} + \text{Arc sin}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2\,nr}\right)$$

$$\mathrm{f}_2\,(r)\,\mathrm{d}r = \frac{16\sqrt{3}}{a^4}\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{a^2\,r}{2} + \frac{r^3}{3}\right) - \alpha\left(a^2\,r + \frac{2\,r^3\,n^2}{3}\right) - \right.$$

$$\left. - n\sqrt{3}\,ar^2\sqrt{1 - \frac{3\,a^2}{4\,r^2\,n^2}} + \frac{r^3}{2\sqrt{3}}(1 - n^2) - \frac{2\,ar^2}{\sqrt{3}}\,(1 - n)\right]\mathrm{d}r$$

– pour $\frac{a}{n} \leqslant r < \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$f_3 (r)\, dr = \frac{16\sqrt{3}}{a^4} \left[\frac{a^2\, \pi\, r}{6} + r^3 \left(\frac{\pi}{9} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) - \frac{2\, a\, r^2}{\sqrt{3}} \right] dr$$

Pour les valeurs plus fortes de r, n n'intervenant plus, nous négligerons désormais le calcul des fonctions $f(r)$ correspondant à ce cas.

Le calcul de M (n) conduit à la formule :

$$M (n) = \frac{k\, \pi\, P^2}{S} \log n^2$$

identique à celle obtenue dans le cas d'un carré.

ANNEXE V

Territoire de forme rectangulaire.

Soit un territoire national ayant la forme d'un rectangle de côtés a et b divisible en un maillage de nm carrés de côtés : $\frac{a}{m} = \frac{b}{n}$ (figure n° 3). (m étant supposé supérieur à n, on posera $\frac{m}{n} = m_0$, m_0 étant un entier).

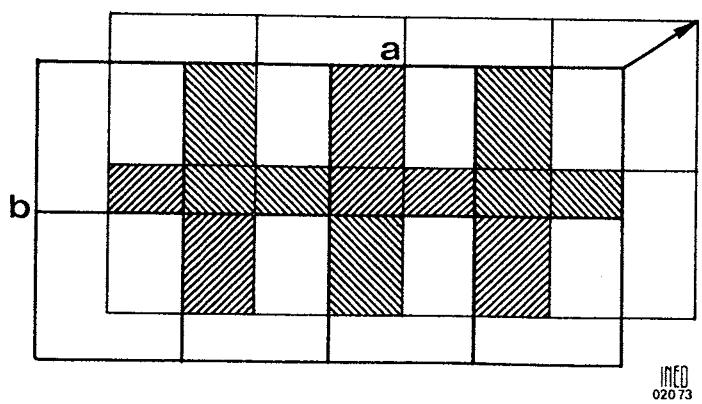


Figure 3

Comme précédemment, on obtient les valeurs suivantes pour les fonctions f (r) :

– pour $0 \leqslant r < \dfrac{a}{n}$

$$f_1(r)\,dr = \frac{4\,r\,dr}{a^2\,b^2}\left[\frac{r^2}{2}(1 - mn) - r\,[b\,(1 - n) + a\,(1 - m)]\right]$$

– pour $\dfrac{a}{n} \leqslant r < \dfrac{a\sqrt{2}}{n}$ en posant $\varphi = \text{Arc}\cos\dfrac{a}{nr}$

$$f_2(r)\,dr = \frac{4\,r\,dr}{a^2\,b^2}\left[2\,\varphi\,ab + ab + \frac{r^2}{2}(1 + m\,n) - r\,(a + b) - (a\,m + b\,n)\,r\sqrt{1 - \frac{a^2}{n^2\,r^2}}\right]$$

– pour $\dfrac{a\sqrt{2}}{n} \leqslant r < b$

$$f_3(r)\,dr = \frac{4\,r\,dr}{a^2\,b^2}\left(\frac{ab\,\pi}{2} - (a + b)\,r + \frac{r^2}{2}\right)$$

Le calcul de M (n) conduit à la formule :

$$M(n) = \frac{k\,\pi\,P^2}{S}(\log n^2 + K)$$

La constante K s'introduit du fait que lorsque $n = 1$ le territoire est encore décomposé en m_0 carrés entre lesquels des migrations interviendront. On peut montrer qu'elle n'est fonction ni de S, ni de k, ni de P.

ANNEXE VI

Territoire dont la densité de population est variable.

Considérons maintenant un territoire national carré, mais contenant deux zones rectangulaires S_1 et S_2 de même surface S/2, mais de densité de population différente δ_1 et δ_2.

La population totale de ce territoire est : $P = (\delta_1 + \delta_2)\,S/2$.

Le territoire est décomposé en n^2 carrés, ne traversant pas la frontière f séparant les zones de densité de population différente : dans le cas considéré n doit donc être pair (figure n° 4).

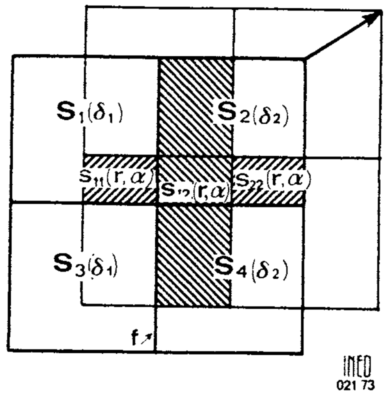


Figure 4

En plus des distinctions faites plus haut sur les possibilités d'effectuer une migration d'amplitude donnée, il est nécessaire de distinguer les migrations selon qu'elles sont internes aux zones de densité δ_1 ou δ_2, ou au contraire qu'elles ont lieu entre ces zones.

Reprenant le raisonnement tenu précédemment, dans le cas du carré, on peut calculer la probabilité p, pour que, deux points P_1 et P_2 étant tirés au hasard dans S, ils soient situés dans des zones i et j différentes, leur distance soit comprise entre r et $r + dr$ et l'angle $\overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{P_1P_2}$ soit compris entre α et $\alpha + d\alpha$, en distinguant 3 cas : ils sont tirés tous les deux ou bien dans une même zone de densité δ_1 ou δ_2, ou bien l'un dans la zone de densité δ_1, l'autre dans la zone de densité δ_2.

$$p = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \times \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \times \frac{S_{11}(r, \alpha)}{S_1} \times \frac{r\,dr\,d\alpha}{S_1} + \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \times \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \times$$

$$\frac{S_{22}(r, \alpha)}{S_2} \times \frac{r\,dr\,d\alpha}{S_2} + \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \times \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \times \frac{S_{21}(r, \alpha)}{S_2} \times \frac{r\,dr\,d\alpha}{S_1}$$

où $S_{11}(r, \alpha)$ – resp. $S_{22}(r, \alpha)$ – est la partie de S_1 (resp. S_2) où les migrations (r, α) sont enregistrées et possibles, et restent à l'intérieur de la zone S_1 (resp. S_2) et où S_{21} est la partie de S_2 où les migrations sont toujours enregistrées et possibles mais traversent la frontière f. (Cette dernière définition valable dans le cas de la figure 4 se modifierait facilement si $\alpha > \frac{\pi}{2}$).

Le calcul de f (r) sous ces conditions donne dans les divers cas :

– pour $0 \leqslant r < \dfrac{a}{n}$

$$f_1(r)\,dr = \frac{4\,r\,dr}{S^2}\left\{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\left(ar\,n - \frac{3}{2}ar - \frac{n^2}{4}r^2 + \frac{r^2}{2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\delta_1\,\delta_2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\left(ar - \frac{r^2}{2}\right)\right\}$$

– pour $\dfrac{a}{n} \leqslant r < \dfrac{a\sqrt{2}}{n}$, en posant $\varphi = \text{Arc}\cos\dfrac{a}{nr}$

$$f_2(r)\,dr = \frac{4\,r\,dr}{S^2}\left\{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\left(a^2\varphi - \frac{3}{2}ar + \frac{r^2}{2} + \frac{r^2\,n^2}{4} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - ar\,n\sqrt{1 - \frac{a^2}{n^2\,r^2}} + \frac{a^2}{2}\right) + \frac{\delta_1\,\delta_2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\left(ar - \frac{r^2}{2}\right)\right\}$$

– pour $\dfrac{a\sqrt{2}}{n} \leqslant n < \dfrac{a}{2}$

$$f_3(r)\,dr = \frac{4\,r\,dr}{S^2}\left\{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\left(a^2\frac{\pi}{4} - \frac{3\,ar}{2} + \frac{r^2}{2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\delta_1\,\delta_2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\left(ar - \frac{r^2}{2}\right)\right\}$$

Le calcul de M (n) conduit alors à la formule :

$$M(n) = 2\,k\pi\,P\,\delta\left[\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\log n^2 + K\frac{(\delta_1 - \delta_2)^2}{(\delta_1+\delta_2)^2}\right]$$

où K est une constante intervenant du fait que n ne peut être égal à 1 : elle est indépendante de k, S, δ_1 et δ_2.

SUMMARY

The estimates of internal migrations within different territorial units make it impossible to compare these migrations in various countries.

The model presented here permits to avoid this difficulty under some hypothesis and makes possible an international comparizon of internal mobility.

SUMARIO

Se miden las migraciones dentro de unidades territoriales diferentes ; por eso resulta difícil la comparación de las migraciones de varios paises.

El modelo presentado aquí permite eliminar este efecto por medio de varias hipótesis y comparar la mobilidad interna de las naciones.