Daniel Courgeau
Éva Lelièvre

Risques compétitifs et indépendance : cadre théorique d'une réflexion

In: Population, 49e année, n°2, 1994 pp. 482-489.

Citer ce document / Cite this document :

Courgeau Daniel, Lelièvre Éva. Risques compétitifs et indépendance : cadre théorique d'une réflexion. In: Population, 49e année, n°2, 1994 pp. 482-489.

http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/pop_0032-4663_1994_num_49_2_4159

RISQUES COMPÉTITIFS ET INDÉPENDANCE : CADRE THÉORIQUE D'UNE RÉFLEXION

Daniel Courgeau, Éva Lelièvre

L'étude de la nuptialité ne suffit plus pour rendre compte des modalités de la mise en couple, du fait de la diffusion massive de la cohabitation. La première mise en union peut en effet prendre la forme de deux événements mutuellement exclusifs. La concurrence entre ceux-ci doit être modélisée. C'est ce que réalise l'approche longitudinale biographique. Celle-ci a l'avantage de proposer un cadre théorique solide dans le respect des principes de l'analyse démographique [Keilman, 1993]. Pressat le soulignait déjà en 1966 « la recherche des corrélations entre phénomènes démographiques si elle constitue encore un domaine inexploré, devrait pouvoir enrichir considérablement notre connaissance ».

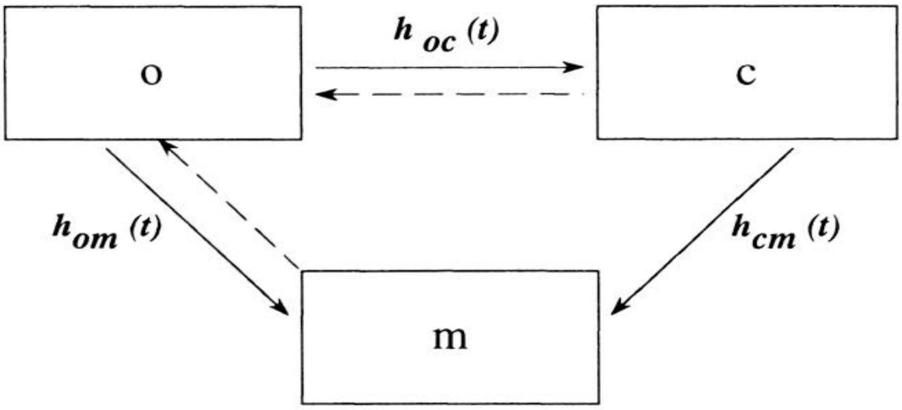
La mise en union au sein d'une population de célibataires[1] se fait selon deux modalités : mariage direct ou cohabitation (celle-ci suivie éventuellement d'un mariage). Ces deux événements sont concurrents et les individus sont soumis au risque de ces deux modalités de mise en union. En démographie, en particulier si l'on se réfère à l'étude de la mortalité par cause, ce n'est pas une situation nouvelle du point de vue méthodologique [Aalen, 1978, Courgeau et Lelièvre, 1989]. Cependant dans le cas de la mise en union, la cohabitation peut être le prélude d'un mariage à venir (période de cohabitation pré-maritale). Il s'introduit donc une relation d'asymétrie : la cohabitation laisse ouverte la possiblité d'un mariage entre les partenaires, que le mariage direct soustrait ceux-ci au risque d'une cohabitation informelle.

L'article de X. Thierry qui traite de cette situation ne postule pas cette asymétrie. L'auteur explore en effet la validité d'une hypothèse d'indépendance entre les deux phénomènes, hypothèse que le constat précédent invalide sans nécessiter de plus ample « démonstration ». Cependant, si l'exercice est à notre sens sans objet, la question de l'interaction entre phénomènes, du traitement des phénomènes compétitifs et des divers types de dépendance est, elle, fondamentale : d'où cette note.

Un schéma simple Il est possible de représenter les divers états par trois cases (hors union (*o*), cohabitant (*c*) et marié (*m*) et les passages d'un état vers l'autre par des flèches, lorsque ces passages sont possibles. Nous avons également indiqué les quotients instan-

[1] On se limite ici, pour la clarté de l'exposé, à la première union de célibataires étant entendu que le raisonnement est transposable aux unions successives moyennant quelques adaptations. Comme dans l'article de Xavier Thierry, on se place dans le cas d'une analyse de données d'enquête rétrospective.

Persée creative commons BY: $ =



Schéma

tanés de passage : nous les définirons plus précisément tout au long de cette note.

L'asymétrie signalée précédemment se traduit ici par le fait que le passage de marié à cohabitant est impossible pour les conjoints que leur première mise en couple a unis.

L'analyse peut avoir plusieurs objectifs :

1) Mesurer et comparer l'intensité et le calendrier de chacun des types de mise en union des célibataires.

2) Mesurer et comparer la nuptialité des célibataires et des cohabitants, des célibataires selon qu'ils cohabitent ou non, c'est-à-dire mesurer l'effet de la cohabitation sur le mariage.

3) Évaluer l'effet qu'a la distribution marginale d'un des types de mise en union sur la mise en couple en général.

Comme on le verra, aucun de ces objectifs ne nécessite de faire l'hypothèse d'indépendance entre cohabitation et mariage.

Effets perturbateurs et indépendance

Pour mesurer des phénomènes démographiques à « l'état pur » [Henry, 1970], on doit éliminer l'effet des phénomènes perturbateurs (mortalité et migration dans l'étude de la nuptialité, par exemple) en faisant l'hypothèse d'indépendance avec le phénomène étudié. Même si cette hypothèse n'est pas vérifiée, les résultats n'en sont pas trop affectés tant que les événements perturbateurs sont en petit nombre par rapport à l'événement étudié. En effet, l'incidence de la mortalité et de la migration sur la nuptialité est généralement très faible si l'on conduit une étude à l'échelle nationale [Thierry, p. 947].

Néanmoins lorsqu'il s'agit d'événements en compétition les uns avec les autres, la situation devient très différente. La confusion provient de cette spécificité des événements compétitifs vis-à-vis des événements en interaction. Ainsi rappelons rapidement le cadre d'ensemble de l'étude de deux phénomènes démographiques.

Le schéma d'analyse que nous présentons dans la première partie de cette note, correspond au cas plus général de *l'étude des phénomènes (ou risques) compétitifs*, dont l'exemple classique est l'étude de la mortalité par causes : de même qu'un individu peut soit se marier, soit cohabiter ; un survivant peut mourir d'un accident de la route, d'une maladie cérébro-vasculaire, etc. Dans tous les cas l'individu est soumis aux divers risques, mais ne peut en connaître qu'un seul.

Ce schéma est complètement différent de celui de l'étude d'un même phénomène selon l'état dans lequel se trouve l'individu au moment où il le connaît : mortalité des actifs et des retraités, par exemple. Ce second schéma est celui de *l'étude d'un même phénomène avec des caractéristiques dépendant du temps*. C'est ce schéma que nous présenterons dans la dernière partie de cette note : l'individu est soumis ici seulement au risque de mariage, selon qu'il est lui-même déjà cohabitant ou toujours hors union. Dans tous ces cas l'état final est le même (marié), mais c'est l'état initial qui se diversifie.

Enfin un troisième schéma apparaît qui correspond à *l'étude de deux ou plusieurs phénomènes en interaction* : nuptialité et départ de l'agriculture par exemple. Dans ce cas aucun des phénomènes n'empêche l'apparition des autres contrairement à ce qui se passe dans l'étude de la cohabitation et du mariage, où le mariage empêche que toute cohabitation puisse le suivre directement. Nous avons déjà présenté ce type d'analyse de façon détaillée et renvoyons le lecteur aux chapitres rédigés sur ce schéma (Courgeau et Lelièvre, 1989, chapitre V et VI).

Si l'on veut analyser la cohabitation et le mariage dans nos sociétés actuelles, la formulation classique de l'analyse de la nuptialité va s'en trouver modifiée. En effet, un des objectifs de l'analyse va justement consister à évaluer les effets conjoints des deux phénomènes, les formulations proposées par l'analyse probabiliste évitant de faire l'hypothèse coûteuse d'indépendance[2].

Définition et estimation des quotients

Poursuivant notre premier objectif, considérons d'abord le couple de variables aléatoires (T, U) où T représente la durée jusqu'à la mise en union et U le type d'union : égal à m si l'individu se marie, égal à c s'il devient cohabitant. Dans ce cas, on définit les quotients instantanés suivants :

$$h_{om}(t) = \lim_{dt \to 0} \frac{P(T < t + dt, U = m \mid t \leq T)}{dt} \qquad [1]$$

[2] Du point de vue sociologique, l'interprétation d'indépendance de la cohabitation et du mariage est totalement absurde.

et

$$h_{oc}(t) = \lim_{dt \to 0} \frac{P(T < t + dt, U = c \mid t \leq T)}{dt} \qquad [2]$$

Comme le soulignait R. Kasparian (1993) « du fait qu'il est instantané, ce quotient contrairement au quotient classique annuel ou quinquennal n'est pas affecté par l'interférence d'autres événements ». Ces quotients, qui correspondent à chaque événement en présence de l'autre, sont définis sans aucune hypothèse d'indépendance entre événements. Il y a diverses possibilités de les estimer en fonction des données dont on dispose et justement des hypothèses que l'on fait.

Si l'on ne dispose que du nombre de mariages et de mises en cohabitation au cours de l'année, on peut faire l'hypothèse qu'au cours de cette année a, les événements se produisent de façon uniforme dans le temps. On montre que l'estimation du maximum de vraisemblance du quotient de nuptialité est dans ce cas :

$$\hat{h}_{om}(a) = \frac{n_m}{n_m + n_c} \log\left[1 - \frac{n_m + n_c}{r_o}\right] \qquad [3]$$

où n_c est le nombre d'entrées en cohabitation enregistrées l'année a, n_m le nombre de mariages et r_o la population en début d'année a des individus dans l'état « hors union ». Si le rapport $(n_m + n_c) / r_o$ est faible on peut montrer que l'estimation s'écrit plus simplement :

$$\hat{h}_{om}(a) = \frac{n_m}{r_o - \frac{1}{2}(n_m + n_c)} \qquad [3bis]$$

avec une estimation semblable pour $\hat{h}_{oc}(a)$. On a bien entendu la possibilité d'estimer les variances de ces quotients.

La connaissance de ces quotients instantanés permet de calculer la probabilité qu'un des événements se produise, se marier au cours de l'année a, par exemple. Elle est égale à :

$$p_{om}(a) = 1 - \exp(-h_{om}(a)) \text{ estimée par } \hat{p}_{om}(a) = \frac{n_m}{r_o - \frac{1}{2} n_o} = QC_O(a) \qquad [4]$$

Cette estimation classique, rappelée par X. Thierry (tableau 2, p. 949) n'est pas un quotient instantané mais une probabilité. Le dénominateur prend en compte la population en début d'intervalle moins la moitié des entrées en cohabitation ; sa détermination conduit à supposer cette fois que les deux événements, mariage et cohabitation, sont indépendants.

Supposons maintenant que l'enquête rétrospective soit à même de fournir les dates précises de mise en union au cours de l'année a. Une des principales innovations apportées par Aalen (1978) en généralisant le cadre théorique proposé par Kaplan et Meier (1958), est d'offrir la possibilité d'estimer l'occurrence d'une échéance simple (la mise en union) en envisageant plusieurs modalités de cette échéance (cohabitation, mariage) sans faire d'hypothèse de constance au cours de l'année des différents risques ni *a fortiori* d'indépendance entre les 2 modalités de mise en union.

Dans ce cadre l'estimateur du quotient instantané s'écrit :

$$\hat{h}_{oi}(t) = \frac{n_i(t)}{Y_o(t)} \quad \text{estimateur de Aalen à l'instant } t \text{ dans l'année } a \qquad [5]$$

$$\hat{h}_{oi}(a) = \sum_{t \in [a, a+1[} \frac{n_i(t)}{Y_o(t)} \quad \text{estimateur de l'intensité cumulée sur l'année } a \qquad [6]$$

où $n_i(t)$ est le nombre d'événements de type i, et $Y_o(t)$ la population soumise au risque dans l'état « hors union » juste avant l'instant t. On dispose ici encore d'une estimation simple des variances de ces quotients [Courgeau et Lelièvre, 1989].

La théorie montre, de plus, que le passage du temps continu (on dispose pour chaque individu des durées de séjour exactes au cours de l'année a, ce qui est le cas dans une enquête rétrospective) au temps discret (calcul de quotients par âge) conduit à de résultats peu différents si l'on prend garde de maintenir la durée dans les limites habituelles[3] : une année environ [Argas et Kangas, 1992]. Le calcul de quotients quinquennaux moyens à partir de quotients instantanés estimés sur une période d'un an reste par contre complexe du fait des interférences avec l'événement perturbateur [Kasparian, 1993].

D'autre part, la loi d'additivité des probabilités donne le quotient marginal estimant l'incidence de la mise en union au sein d'une population soumise au risque :

$$h(t) = h_{om}(t) + h_{oc}(t) \qquad [7]$$

et de façon semblable la densité marginale et les fonctions de séjour marginales [Cox et Oakes, 1984]. Ainsi sachant qu'un événement s'est produit à l'instant t, la probabilité pour que celui-ci soit, par exemple, un mariage, est donnée par $h_{om}(t) / h(t)$. Cette probabilité étant celle que l'on cherche à évaluer si l'on poursuit l'objectif 3. De sorte que la probabilité marginale de connaître un mariage est :

$$P(U = m) = \int_{t=0}^{t_f} h_{om}(t) \exp\left[-\int_{\theta=0}^{t} h(\theta)\, d\theta \right] dt \qquad [8]$$

où t_f est l'âge maximum auquel les individus sont observés dans l'enquête. On calcule de façon semblable la probabilité marginale de connaître une cohabitation comme première union.

(3) Voir Courgeau et Lelièvre (1989) p. 28 le sous-chapitre « Temps discret, temps continu ».

Synthèse des quotients Une fois les quotients estimés, il est naturel de chercher à avoir une information synthétique sur le phénomène étudié. Ainsi, on peut calculer des proportions de premières unions débutées en cohabitation ou en mariage [Thierry, p. 152], ce qui correspond à calculer des fonctions de séjour. Mais cela n'a de signification cette fois encore, que si les risques sont indépendants. Ce qui dans le cas qui nous occupe n'est sans doute pas vérifié.

Si l'on utilise la théorie probabiliste dans les cas de risques compétitifs, les quotients cumulés sont en revanche intéressants à considérer. Ils se définissent comme une intégrale :

$$H_{oi}(t) = \int_{\theta=0}^{t} h_{oi}(\theta)\, d\theta \quad \text{estimée à l'âge } a \text{ par } \hat{H}_{oi}(a) = \sum_{x=0}^{a} up\, \hat{h}_{oi}(x) \quad [9]$$

L'avantage de calculer ces quotients cumulés $(\hat{H}_{om}(t), \hat{H}_{oc}(t))$ est que, contrairement aux fonctions de séjour, ils peuvent être considérés comme des processus indépendants, même lorsque les risques sont dépendants [Aalen, 1978 ; Andersen *et al.*, 1992]. Il en résulte, par exemple, que les représentations graphiques de ces quotients cumulés en fonction du temps (graphiques de Nelson-Aalen) pour chaque risque peuvent être considérés indépendamment les uns des autres, sans confusion possible. Ces quotients cumulés permettent donc de mesurer et comparer l'intensité et le calendrier de chacun des types de mise en union.

Nous avons aussi répondu à l'objectif 1, toutes ces fonctions pouvant être estimées sans aucune hypothèse sous-jacente, les risques étant considérés conjointement. On peut ensuite essayer de voir l'effet de diverses caractéristiques individuelles (niveau d'éducation, origines sociales, profession, etc.) sur ces quotients en utilisant par exemple un modèle à risques proportionnels [Hoem, 1986].

Est-il possible d'analyser certains risques en l'absence des autres ? Lorsque l'on cherche à aller plus loin, en essayant de mesurer l'intensité du premier mariage ou de la cohabitation en l'absence de tout phénomène perturbateur (« comme s'il n'existait que cette seule forme d'union possible » [Thierry, p. 948]), il convient d'opérer avec prudence. Voyons d'abord comment formaliser cette approche.

Supposons que, pour chaque individu, il existe deux variables aléatoires : T_m qui représente l'instant du mariage en l'absence de cohabitation et T^c qui représente l'instant d'entrée en cohabitation en l'absence de mariage. En fait, on n'observe pas directement l'occurrence de ces variables aléatoires, mais celles de $T = \min(T^m, T^c)t$ de U, égale à m si $T = T^m$ et égale à c si $T = T^c$.

Avec ces nouvelles notations les quotients précédents peuvent s'écrire de façon différente :

$$h_{om} = \lim_{dt \to 0} \frac{P\,(T^m < t + dt \mid t \leq T^m, t \leq T^c)}{dt} \qquad [10]$$

avec une formulation semblable pour $h_{oc}\,(t)$. En revanche, le quotient relatif à la variable aléatoire T^m, correspondant au mariage en l'absence de cohabitation, s'écrit :

$$h^{om}\,(t) = \lim_{dt \to 0} \frac{P\,(T^m < t + dt \mid t \leq T^m)}{dt} \qquad [11]$$

avec une formulation semblable pour h^{oc} (t).

On voit facilement que les probabilités qui interviennent dans les deux types de quotients sont conditionnées par des événements différents : dans le premier cas [10], l'individu est hors union, tandis que dans le second cas [11] il est seulement non marié. Par suite, ces quotients ne peuvent être égaux que si les variables T^m et T^c sont indépendantes[4].

Tester l'interaction entre deux phénomènes

Dans le cas de l'étude de la cohabitation et du mariage et poursuivant l'objectif 2, il est possible d'analyser plus avant la dépendance entre ces deux phénomènes, mais dans un sens seulement : de la cohabitation vers le mariage puisque certains cohabitants finissent par s'épouser. Pour ce faire, il nous faut considérer une troisième série de quotients instantanés.

$$h_{cm}\,(t,l) = \lim_{dt \to 0} \frac{P\,(T^m < t + dt \mid t \leq T^m, T^c = l)}{dt} \quad \text{avec } l \leq t \qquad [12]$$

Ce quotient dépend, non seulement de la date t du mariage (l'âge de l'individu à ce moment), mais également de celle à l'entrée en cohabitation, l. Si les observations sont suffisamment nombreuses, ces quotients sont à nouveau faciles à estimer à partir des données d'une enquête rétrospective. Ils permettent de vérifier les liens entre cohabitation et mariage.

Supposons, par exemple, que ce quotient ne dépende que de l'âge de l'individu. On peut alors tester l'égalité suivante :

$$h_{om}\,(t) = h_{cm}\,(t) \qquad [13]$$

Si cette égalité est vérifiée quel que soit t, on peut seulement affirmer qu'il y a indépendance unilatérale [Courgeau et Lelièvre, 1989], entre cohabitation et mariage : ce qui reviendrait à dire qu'une cohabitation antérieure ne modifie en rien les probabilités de mariage de l'individu. On sait d'autre part, que le mariage direct empêche une première cohabitation. Il

[4] En fait, une condition un peu moins stricte est nécessaire : la quasi-indépendance [Cox et Oakes, 1984]. Cela revient à dire que les probabilités conditionnées par $T \leq T^c$ et $T \leq T^m$ sont égales à celles conditionnées par $T \leq T^m$ seulement.

est dès lors impossible de déceler l'indépendance totale entre T^m et T^c, car celle-ci doit être vérifiée dans les deux sens.

En revanche, la comparaison de $h_{om}(t)$ et de $h_{cm}(t,l)$, le mariage des célibataires et des cohabitants en tenant compte de la durée de cohabitation doit être poursuivie [Andersen *et al.*, 1992]. On peut également comparer $h_{oc}(l) \cdot h_{cm}(t,l)$ et $h_{om}(t)$: la nuptialité des célibataires selon qu'ils cohabitent ou non. Elles sont du plus grand intérêt pour l'analyse des relations entre cohabitation et mariage. Cela permet de répondre à l'objectif 2.

Conclusion Tant il est possible d'éliminer des phénomènes perturbateurs tels que la mortalité ou les migrations internationales dont les interférences sont finalement très faibles vis-à-vis du phénomène étudié, tant il paraît sans objet et illégitime de faire l'hypothèse d'indépendance dans les cas bien identifiés de phénomènes compétitifs.

Les modèles à risques compétitifs, rappelés ici, permettent dans le strict respect des principes de l'analyse démographique, de prendre en compte la non-dépendance de tels processus. Dans le cas de l'étude du mariage et de la cohabitation, l'objectif est bien de tester les interactions existant entre ces deux phénomènes ainsi que l'influence de la cohabitation sur l'intensité de la mise en union. Par l'intermédiaire des quotients instantanés et des quotients cumulés pour lesquels on peut calculer les variances (ce qui est nécessaire dans l'utilisation de données d'enquêtes), il est possible de répondre clairement à ces objectifs.

Daniel COURGEAU, Éva LELIÈVRE

RÉFÉRENCES

AALEN, O., 1978 – « Nonparametric inference in connection with multiple decrement models », *Scandinavian Journal of Statistics*, 3, 15-27.

ANDERSEN, P.C., BORGAN, O. GILL, R.D., KEIDING, N., 1993 – *Statistical models based on counting processes*. Springer-Verlag, New York, 768 p.

ARJAS, E., KANGAS, P., 1992 – « A discrete time method for the analysis of event histories », in Trussel, Hankinson, Tilton, eds. *Demographic applications of event history analysis*. Oxford University Press, Oxford, 253-266.

COURGEAU, D., LELIEVRE, E, 1989 – *Analyse démographique des biographies*, Editions de l'INED, Paris, 268 p. (*Event history analysis in demography*, 1993, Oxford University Press, Oxford, 226 p.).

COX, D. R., OAKES, D., 1984 – *Analysis of survival data*. Chapman and Hall, London, 202 p.

HENRY, L. 1972 – *Démographie. Analyse et modèles*. Larousse, Paris, 342 p.

HOEM, J., 1986 – « The impact of education on modern union dissolution. » *European Journal of Population*, 2, 2, 113-137.

KAPLAN, E., MEIER, P., 1958 – « Nonparametric Estimation from Incomplete Observations », *JASA*, vol.53, 457-481.

KASPARIAN, R., 1993 – « L'analyse longitudinale de la population active : une typologie des profils de carrière des générations françaises de 1911 à 1965 ». *Population*, 48, 3, 627-654.

KEILMAN, N., 1993 – « Emerging issues in demographic methodology », in *European Population II Demographic dynamics*, Blum & Rallu eds. John Libbey, INED, Paris, 483-508.

THIERRY, X., 1993 – « La nuptialité à l'épreuve de la cohabitation. » *Population*, 48, 4, 939-974.